СИСТЕМЫ
ИСКУССТВЕННОГО
ИНТЕЛЛЕКТА В АПК

приоритет2030^
лидерами становятся

ТЕМА:

Нечеткая логика

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИИ

Преподаватель:

Аникуев Сергей Викторович
к.т.н., доцент, доцент кафедры
электротехники, автоматики и метрологии.

Тема 1. Нечеткая логика

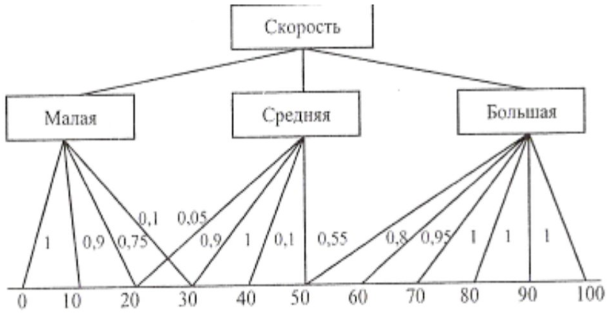
Вопрос 1. Нечеткая логика

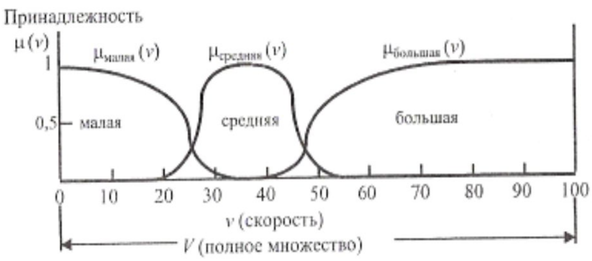
Математическая теория нечетких множеств (fuzzy sets) и нечеткая логика (fuzzy logic) являются обобщениями классической теории множеств и классической формальной логики. Данные понятия были впервые предложены американским ученым Лотфи Заде (Lotfi Zadeh) в 1965 г. Основной причиной появления новой теории стало наличие нечетких и приближенных рассуждений при описании человеком процессов, систем, объектов.

Одной из основных характеристик нечеткой логики является лингвистическая переменная, которая определяется набором вербальных (словесных) характеристик некоторого свойства. Рассмотрим лингвистическую переменную «скорость», которую можно характеризовать через набор следующих понятий-значений: «малая», «средняя» и «большая», данные значения называются термами.

Следующей основополагающей характеристикой нечеткой логики является понятие функции принадлежности. Функция принадлежности определяет, насколько мы уверены в том, что данное значение лингвистической переменной (например, скорость) можно отнести к соответствующим ей категориям (в частности для лингвистической переменной скорость к категориям «малая», «средняя», «большая»).

На следующем рисунке (первая часть) отражено, как одни и те же значения лингвистической переменной могут соответствовать различным понятиям-значениям или термам. Тогда функции принадлежности, характеризующие нечеткие множества понятий скорости, можно выразить графически, в более привычном математическом виде (рис. 35, вторая часть).





Из рисунка видно, что степень, с которой численное значение скорости, например v = 53, совместимо с понятием «большая», есть 0,7, в то время как совместимость значений скорости, равных 48 и 45, с тем же понятием есть 0,5 и 0,1 соответственно.

Существует свыше десятка типовых форм кривых для задания функций принадлежности. Наибольшее распространение получили: треугольная, трапецеидальная и гауссова функции принадлежности.

Треугольная функция принадлежности определяется тройкой чисел (a,b,c), и ее значение в точке x вычисляется согласно выражению:

$$MF(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{b-x}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1 - \dfrac{x-c}{c-b}, & b \le x \le c \\ 0, \text{ в остальных случаях.} & \end{cases}$$

При (b-a)=(c-b) имеем случай симметричной треугольной функции принадлежности, которая может быть однозначно задана двумя параметрами из тройки (a,b,c).

Аналогично для задания трапецеидальной функции принадлежности необходима четверка чисел (a,b,c,d):

$$MF(x)=\begin{cases}1-\dfrac{b-x}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1,\ b\le x\le c & \\ 1-\dfrac{x-c}{d-c}, & c\le x\le d\\ 0,\ \text{в остальных случаях.} & \end{cases}$$

При (b-a)=(d-c) трапецеидальная функция принадлежности принимает симметричный вид.

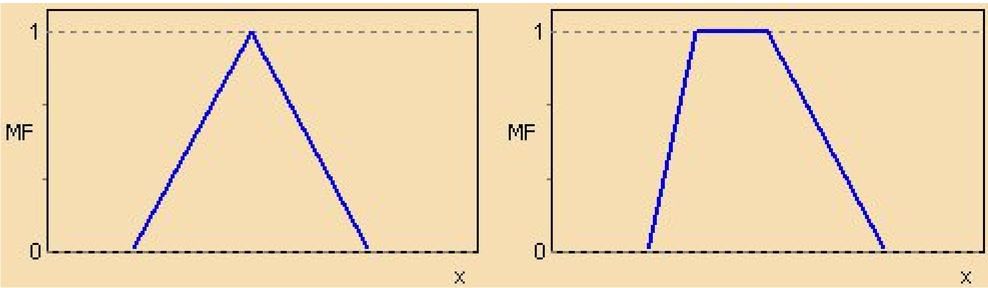


Рисунок 1. Типовые кусочно-линейные функции принадлежности.

Функция принадлежности гауссова типа описывается формулой

$$MF(x)=\exp\left[-\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2\right]$$

и оперирует двумя параметрами. Параметр *с* обозначает центр нечеткого множества, а параметр отвечает за крутизну функции.

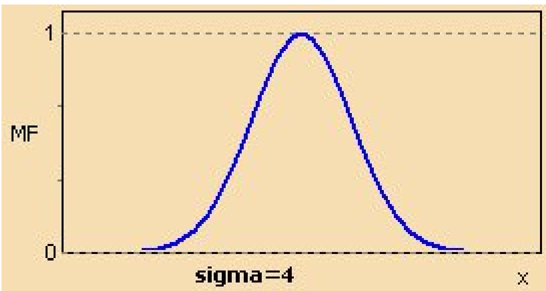


Рисунок 2. Гауссова функция принадлежности.

Совокупность функций принадлежности для каждого терма из базового терм-множества Т обычно изображаются вместе на одном графике. На рисунке приведен пример описанной лингвистической переменной "Цена акции".

Рис. 3 Описание лингвистической переменной "Цена акции".

Количество термов в лингвистической переменной редко превышает 7.

Основой для проведения операции нечеткого логического вывода является база правил, содержащая нечеткие высказывания в форме "Если-то" и функции принадлежности для соответствующих лингвистических термов. При этом должны соблюдаться следующие условия:

1. Существует хотя бы одно правило для каждого лингвистического терма выходной переменной.
2. Для любого терма входной переменной имеется хотя бы одно правило, в котором этот терм используется в качестве предпосылки (левая часть правила).

В противном случае имеет место неполная база нечетких правил.

Пусть в базе правил имеется m правил вида:

R_1: ЕСЛИ x_1 это A_{11} … И … x_n это A_{1n}, ТО y это B_1

…

R_i: ЕСЛИ x_1 это A_{i1} … И … x_n это A_{in}, ТО y это B_i

…

R_m: ЕСЛИ x_1 это A_{i1} … И … x_n это A_{mn}, ТО y это B_m,

где x_k , $k=1..n$ – входные переменные; y – выходная переменная; A_{ik} – термы соответствующих переменных с функциями принадлежности.

Результатом нечеткого вывода является четкое значение переменной y^* на основе заданных четких значений x_k , $k=1..n$.

В общем случае механизм логического вывода включает четыре этапа: введение нечеткости (фазификация), нечеткий вывод, композиция и приведение к четкости, или дефазификация (см. рисунок 5).

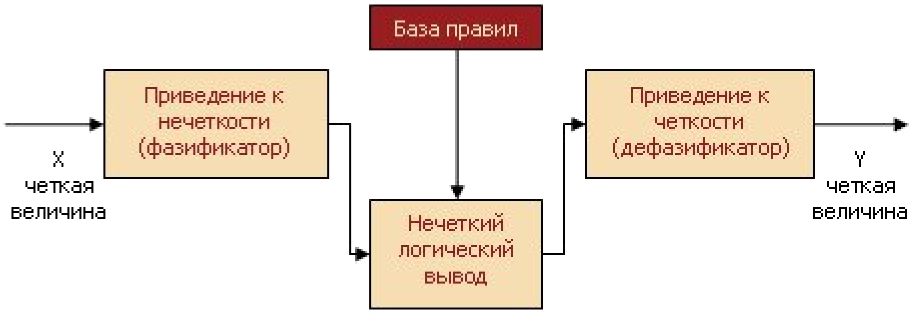


Рисунок 4. Система нечеткого логического вывода.

Алгоритмы нечеткого вывода различаются главным образом видом используемых правил, логических операций и разновидностью метода дефазификации. Разработаны модели нечеткого вывода Мамдани, Сугено, Ларсена, Цукамото.

Рассмотрим подробнее нечеткий вывод на примере механизма Мамдани (Mamdani). Это наиболее распространенный способ логического вывода в нечетких системах. В нем используется минимаксная композиция нечетких множеств. Данный механизм включает в себя следующую последовательность действий.

1. Процедура фазификации: определяются степени истинности, т.е. значения функций принадлежности для левых частей каждого правила (предпосылок). Для базы правил с m правилами обозначим степени истинности как $A_{ik}(x_k)$, i=1..m, k=1..n.
2. Нечеткий вывод. Сначала определяются уровни "отсечения" для левой части каждого из правил:

$$alfa_i = \min_i (A_{ik}(x_k))$$

   Далее находятся "усеченные" функции принадлежности:

$$B_i^*(y) = \min_i (alfa_i, B_i(y))$$

3. Композиция, или объединение полученных усеченных функций, для чего используется максимальная композиция нечетких множеств:

$$MF(y) = \max_i (B_i^*(y))$$

где MF(y) – функция принадлежности итогового нечеткого множества.

4. Дефазификация, или приведение к четкости. Под дефаззификацией понимается процедура преобразования нечетких величин, получаемых в результате нечеткого вывода, в четкие. Эта процедура является необходимой в тех случаях, где требуется интерпретация нечетких выводов конкретными четкими величинами, т.е. когда на основе функции принадлежности $\mu_C(z)$ возникает потребность определить для каждой точки в *Z* числовые значения.

В настоящее время отсутствует систематическая процедура выбора стратегии дефаззификации. На практике часто используют два наиболее общих метода: метод центра тяжести (ЦТ — центроидный), метод максимума (ММ).

Для дискретных пространств в центроидном методе формула для вычисления четкого значения выходной переменной представляется в следующем виде:

$$z_{ЦТ} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mu_C(z_j) z_j}{\sum_{j=1}^{n} \mu_C(z_j)}$$

в общем случае

$$z_{ЦТ} = \frac{\int_z \mu_C(z) z dz}{\mu_C(z) dz} \quad \textbf{(15.11)}$$

.

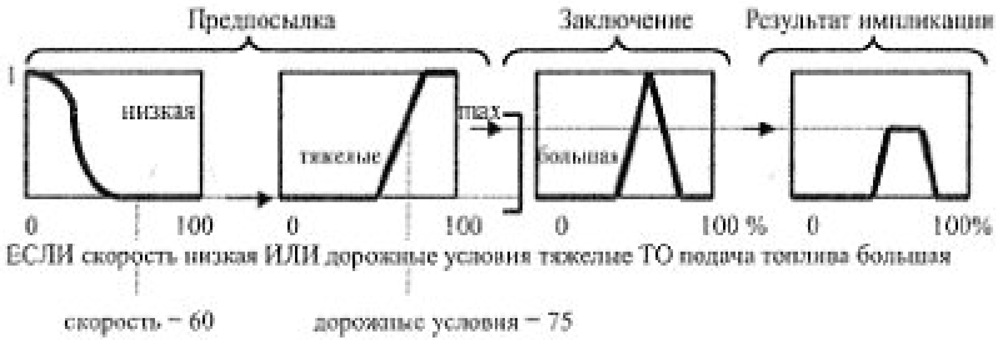
Стратегия дефаззификации ММ предусматривает подсчет всех тех *z*, чьи функции принадлежности достигли максимального значения. В этом случае (для дискретного варианта) получим

$$z_{ММ} = \sum_{j=1}^{m} \frac{z_j}{m}, \quad \textbf{(15.12)}$$

где *z* — выходная переменная, для которой функция принадлежности достигла максимума; *m* — число таких величин.

Из этих двух наиболее часто используемых стратегий дефаззификации, стратегия *ММ* дает лучшие результаты для переходного режима, а *ЦТ* — в установившемся режиме из-за меньшей среднеквадратической ошибки.

Пример нечеткого правила



Как работает.

По максимальному значению функций принадлежности (для скорости 60 км в час значение функции принадлежности «низкая» = 0, а для дорожных условий 75 % от нормы значение функции принадлежности «тяжелые» = около 0.7) по 0.7 проводится прямая которая рассекает геометрическую фигуру заключения (подача топлива) на две части, в результате берется фигура лежащая ниже прямой а верхняя часть отбрасывается. Это для одного правила, таких правил может быть 100 и более в реальных задачах.

Рассмотрим процесс получения нечеткого вывода по трем правилам одновременно с последующим получением четкого решения. Данная процедура включает в себя три этапа. На первом этапе получают **нечеткие выводы по каждому из правил в отдельности** по схеме, показанной на рис. 3.13. На втором этапе производится сложение результирующих функций, полученных на предыдущем этапе (применяется логическая операция ИЛИ, т.е. берется максимум). Третий этап - этап получения четкого решения (дефаззификация). Здесь применяется любой из известных классических методов: метод центра тяжести и т.д. Полученное в виде числового значения четкое решение служит задающей величиной системы управления. В нашем примере это будет величина, в соответствии с которой ИСУ должна будет изменить подачу топлива. Процесс получения нечетких выводов по нескольким правилам с последующей дефаззификацией для рассматриваемого примера показан на рис. 3.14. При начальном значении скорости = 65 км в час, и дорожным условиям = 80 % от норматива получаем следующую схему решения об уровне подачи топлива.

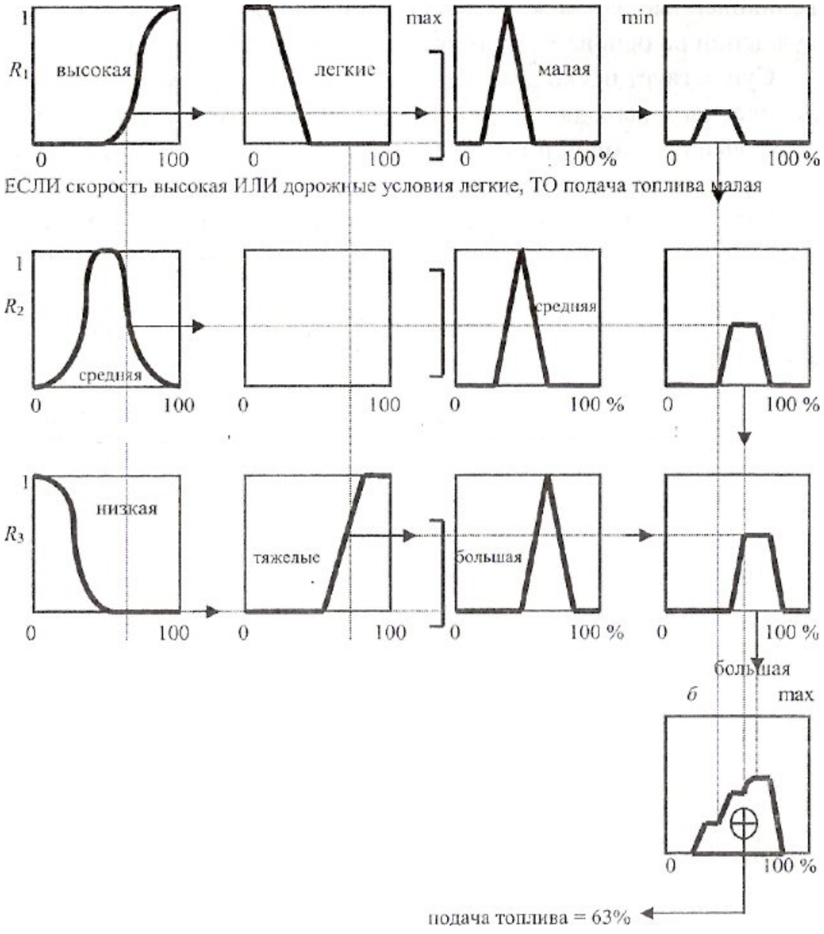


Рис. 5. Процесс получения нечетких выводов по правилам и их преобразование в четкое решение.

Как видно из рис. 5, в результате дефаззификации получено четкое решение: при заданных значениях скорости и дорожных условий подача топлива должна составлять 63% от максимального значения. Таким образом, несмотря на нечеткость выводов, в итоге получено вполне четкое и определенное решение. Такое решение, вероятно, принял бы и водитель автомобиля в процессе движения. Данный пример демонстрирует великолепные возможности моделирования человеческих рассуждений на основе методов теории нечетких множеств.